

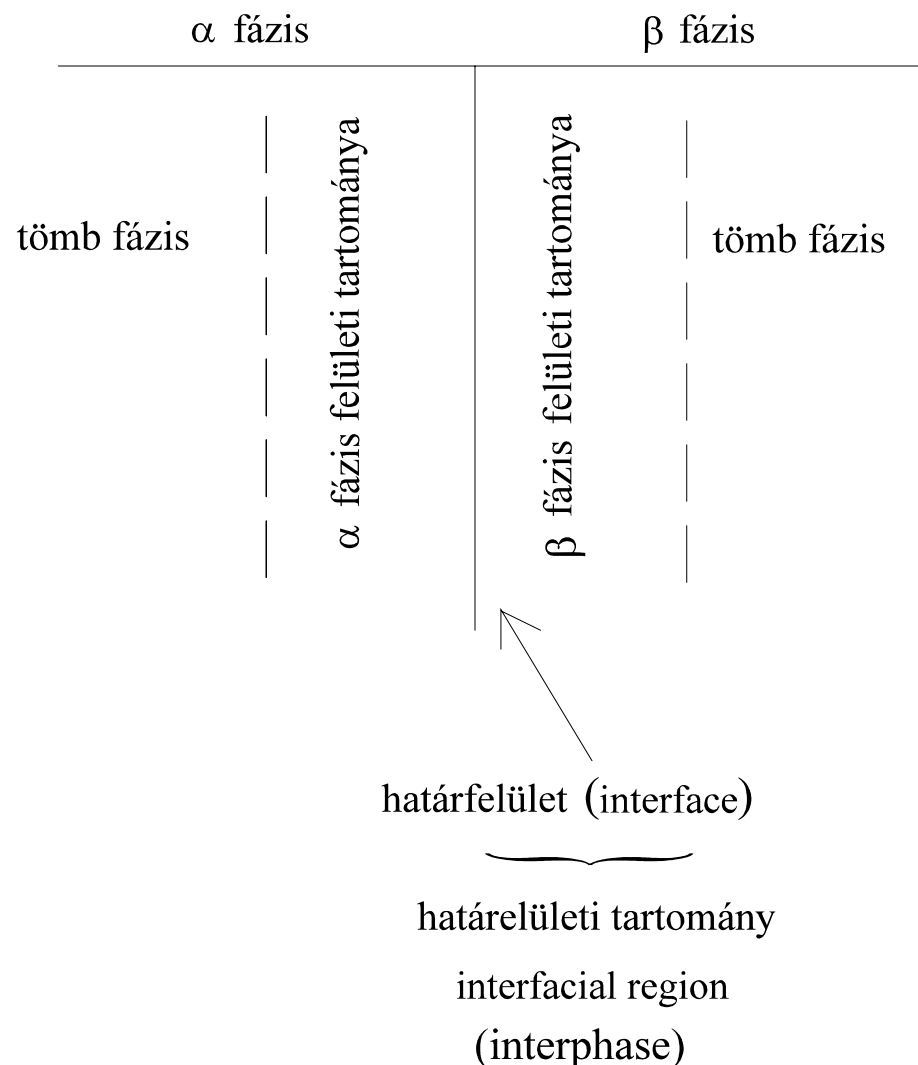
# Elektrokémia előadás

*Dr. Inzelt György*  
*egyetemi tanár*



*ELTE Kémiai Intézet, Budapest*

# Az elektrokémiai határfelületi fázisok termodinamikai leírása



## Az elektrokémiai határfelületi fázisok termodinamikai leírása

A szabadentalpia ( $G$ ) teljes differenciálja  $dT = 0$ ,  $dp = 0$  mellett

$$dG = \gamma dA + A d\gamma + \sum n_i d\mu_i + \sum \mu_i dn_i \quad 2.1.16$$

A felület képződésével járó munka

$$dG = \sum \mu_i dn_i + \gamma dA \quad 2.1.17$$

tehát a megfelelő Gibbs-Duhem - egyenlet

$$A d\gamma + \sum n_i d\mu_i = 0 \quad 2.1.18$$

Bevezetve a felületi többletkoncentrációt,  $\Gamma_i = n_i / A$

$$-d\gamma = \sum_i \Gamma_i d\mu_i \quad 2.1.19$$

jutunk a Gibbs-féle adszorpciós egyenlethez. Töltött részecskék esetén a kémiai potenciál helyett az elektrokémiai potenciált írva

$$-d\gamma = \sum_i \Gamma_i d\tilde{\mu}_i \quad 2.1.20$$

## Az elektrokémiai határfelületi fázisok termodinamikai leírása

$$Q_A = z_A F \Gamma_A \quad 2.1.21a$$

E töltés értéke – amelyet általánosan  $Q$ -val jelölünk – függ attól, hogy melyik összetevőt választottuk referenciakomponensnek, tehát többféle értéke lehet. A  $Q$  a termodinamikailag meghatározható töltés. Fizikai értelme nem más, mint az, hogy  $Q$  az elektromosság azon mennyisége, amelyet a határfelületre (a fémre) kell juttatni ahhoz, hogy egyensúlyi körülmények között, állandó  $p$ ,  $T$ ,  $E$  és  $\mu_i - k$  mellett, annak felületét egységnyivel növeljük.  $Q$  nem tekinthető a határfelületi fázis megfelelő részén lévő tényleges fizikai töltés mértékének.

## Az elektrokémiai határfelületi fázisok termodinamikai leírása

Ezért a határfelületi tartomány két oldalán a töltött anyagfajták felületi többletének ( $\Gamma_i$ ) segítségével fejezzük ki az egységnyi határfelületen lévő többlettöltést, pl.  $\alpha$  - fázisra

$$\sigma^\alpha = \sum_i z_i F \Gamma_i^\alpha \quad 2.1.21b$$

és az elektroneutralitás feltétele miatt

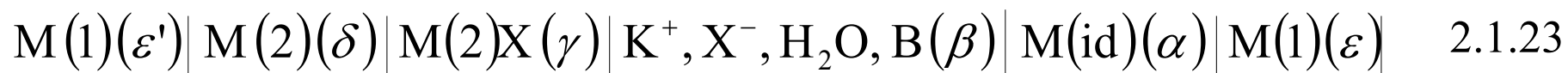
$$\sigma^\alpha = -\sigma^\beta. \quad 2.1.22$$

A  $\sigma$  - t határfelületi szabad töltéssűrűségnek hívjuk. Ez az a fizikai töltéssűrűség, amelyet az elektromos kettősréteg mindkét oldalára képzelünk. Értéke függ attól a modellel, melyet a határfelületi fázis leírására használunk. Ideálisan polarizálható elektród esetén  $Q = \sigma$  és ilyenkor  $Q$  - nak csak egy értéke van.

## Az elektrokapilláris egyenlet

Ha egy olyan galvánecellánk van, amelynek jobboldali elektródja egy *ideálisan polarizálható elektród* (pl. Pt vagy Hg), míg a baloldali vonatkozási elektród, amely az oldatfázis valamelyik ionjával egyensúlyban van (pl. Ag / AgCl, amely a Cl<sup>-</sup> - ionokra működik reverzibilisen és az egyensúly gyorsan beáll) a felületi feszültség (ez Hg (f) esetében jól is mérhető) és a két elektród közötti potenciálkülönbség változása között egyértelmű összefüggés áll fenn, amely a (2.1.20) egyenlet segítségével levezethető.

Tehát a vizsgálandó cellánk legyen a következő:



ahol M (id) az ideálisan polarizálható elektródot, K<sup>+</sup> a kationt, X<sup>-</sup> az aniont, H<sub>2</sub>O az oldószert, B más töltetlen molekulát (amely jelenléte nem szükségszerű), M (1) az azonos minőségű fémes hozzávezetéseket, míg a görög betűk a fázisokat jelölik a celladiagrammban.

Ilyen cella például



amelyet ilyen mérésekhez ténylegesen használnak is.

## Az elektrokapilláris egyenlet

$$\begin{aligned} -d\gamma = & \Gamma_{M^+(id)}^\alpha d\tilde{\mu}_{M^+(id)}^\alpha + \Gamma_e^\alpha d\tilde{\mu}_e^\alpha + \Gamma_{K^+}^\beta d\tilde{\mu}_{K^+}^\beta + \\ & + \Gamma_{X^-}^\beta d\tilde{\mu}_{X^-}^\beta + \Gamma_{H_2O}^\beta d\tilde{\mu}_{H_2O}^\beta + \Gamma_B^\beta d\tilde{\mu}_B^\beta, \end{aligned} \quad 2.1.25$$

ahol a  $\Gamma_e^\alpha$  fejezi ki az ideálisan polarizálható elektródon lévő töltést (elektrontöbbletet vagy hiányt). A továbbiakban e konkrét rendszerre vezetjük le azt az összefüggést, amely a mérhető mennyiségek, tehát a felületi feszültség és a két fémes kivezetés között mért potenciálkülönbség között fennáll. A diffúziós potenciált kiküszöböltnek tekintjük és az egyszerűség kedvéért szimmetrikus, 1:1 elektrolitra mutatjuk be a viszonyokat.

## Az elektropilláris egyenlet

A töltéssel nem rendelkező molekulákra az elektrokémiai potenciál a kémiai potenciállal egyezik meg:

$$\tilde{\mu}_{\text{H}_2\text{O}} = \mu_{\text{H}_2\text{O}} \quad 2.1.26$$

$$\tilde{\mu}_{\text{B}} = \mu_{\text{B}} \quad 2.1.27$$

Tiszta fázisokra (az egységnyi aktivitás miatt)

$$\tilde{\mu}_{\text{M(id)}}^{\alpha} = \tilde{\mu}_{\text{M(id)}}^{\text{o}\alpha} \quad \text{és} \quad d\tilde{\mu}_{\text{M(id)}}^{\alpha} = 0; \quad d\tilde{\mu}_{\text{M}^+(\text{id})}^{\text{o}\alpha} = -d\tilde{\mu}_{\text{e}}^{\alpha} \quad 2.1.28$$

$$\tilde{\mu}_{\text{M(2)}}^{\delta} = \tilde{\mu}_{\text{M(2)}}^{\text{o}\delta} \quad \text{és} \quad d\tilde{\mu}_{\text{M(2)}}^{\delta} = 0 \quad 2.1.29$$



## Az elektropilláris egyenlet

Egy fázison belüli egyensúlyokra igaz, hogy

$$\tilde{\mu}_{\text{M(id)}}^{\alpha} = \tilde{\mu}_{\text{M}^{+}(\text{id})}^{\alpha} + \tilde{\mu}_{\text{e}}^{\alpha} \quad 2.1.30$$

$$\tilde{\mu}_{\text{M(2)}}^{\delta} = \tilde{\mu}_{\text{M}^{+}(2)}^{\delta} + \tilde{\mu}_{\text{e}}^{\delta} \quad 2.1.31$$

$$\tilde{\mu}_{\text{KX}}^{\beta} = \tilde{\mu}_{\text{K}^{+}}^{\beta} + \tilde{\mu}_{\text{X}^{-}}^{\beta} = \mu_{\text{KX}}^{\beta} \quad 2.1.32$$

$$\tilde{\mu}_{\text{M(2)X}}^{\gamma} = \mu_{\text{M(2)X}}^{\gamma} = \tilde{\mu}_{\text{M}^{+}(2)}^{\gamma} + \tilde{\mu}_{\text{X}^{-}}^{\gamma} \quad 2.1.33$$

és  $d\tilde{\mu}_{\text{M(2)X}} = 0$  (pl. az AgCl tiszta fázis)

## Az elektropilláris egyenlet

A fázishatárokon - kivétel éppen a vizsgálni kívánt  $\alpha / \beta$  fázishatár - legalább egy töltött részecskére igaz az, hogy szabadon cserélődhet. Erre figyelemmel az alábbi egyensúlyi összefüggések írhatók fel:

$$\tilde{\mu}_e^\alpha = \tilde{\mu}_e^\varepsilon \quad 2.1.34$$

$$\tilde{\mu}_e^\delta = \tilde{\mu}_e^{\varepsilon'} \quad 2.1.35$$

$$\tilde{\mu}_{M^{+}(2)}^\delta = \tilde{\mu}_{M^{+}(2)}^\gamma \quad 2.1.36$$

$$\tilde{\mu}_{X^{-}}^\gamma = \tilde{\mu}_{X^{-}}^\beta \quad 2.1.37$$

A (2.1.28) - (2.1.37) egyenletekből következik, hogy

$$\tilde{\mu}_{M(2)}^\delta + \tilde{\mu}_{X^{-}}^\beta = \tilde{\mu}_{M(2)X}^\gamma + \tilde{\mu}_e^{\varepsilon'} . \quad 2.1.38$$

A (2.1.29) és (2.1.33) egyenletek alapján

$$d\tilde{\mu}_e^{\varepsilon'} = d\tilde{\mu}_{X^{-}}^\beta . \quad 2.1.39$$

## Az elektrokapilláris egyenlet

A behelyettesítéseket elvégezve és célszerűen csoportosítva a tagokat, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned}
 -d\gamma = & \left( \Gamma_e^\alpha - \Gamma_{M^+}^\alpha \right) d\tilde{\mu}_e^\varepsilon + \left( \Gamma_{K^+}^\beta - \Gamma_{X^-}^\beta \right) d\tilde{\mu}_e^{\varepsilon'} + \\
 & + \Gamma_{K^+}^\beta d\tilde{\mu}_{KX}^\beta + \Gamma_{H_2O}^\beta d\mu_{H_2O}^\beta + \Gamma_B^\beta d\mu_B^\beta .
 \end{aligned} \tag{2.1.40}$$

A többlettöltést az  $\alpha$ -fázisban ( a fém felületén) az elektronok, a  $\beta$ -fázisban (az oldat határfelületi tartományában) pedig az eltérő töltésű ionoknak eredő töltése – amit a felületi koncentrációk különbsége ad – biztosítja. Következésképpen

$$-\sigma^\alpha = F \left( \Gamma_e^\alpha - \Gamma_{M^+}^\alpha \right) = \sigma^\beta = F \left( \Gamma_{K^+}^\beta - \Gamma_{X^-}^\beta \right) . \tag{2.1.41}$$

$$d\tilde{\mu}_e^\varepsilon - d\tilde{\mu}_e^{\varepsilon'} = -F d(\Phi^\varepsilon - \Phi^{\varepsilon'}) = -F dE_{x(-)} \tag{2.1.42}$$

$${}^\varepsilon_{\varepsilon'} \Phi = \Phi^\varepsilon - \Phi^{\varepsilon'}, \quad d {}^\varepsilon_{\varepsilon'} \Phi = d\Phi^\varepsilon - d\Phi^{\varepsilon'} = d(\Phi^\varepsilon - \Phi^{\varepsilon'}) \tag{2.1.43}$$

## Az elektrokapilláris egyenlet

A (2.1.41) és (2.1.42) összefüggések felhasználásával a (2.1.40) egyenlet a következő formát veszi fel:

$$-d\gamma = \sigma^\alpha dE_{X(-)} + \Gamma_{K^+}^\beta d\mu_{KX}^\beta + \Gamma_{H_2O}^\beta d\mu_{H_2O}^\beta + \Gamma_B^\beta d\mu_B^\beta \quad 2.1.44$$

$$n_{H_2O} d\mu_{H_2O} + n_{KX} d\mu_{KX} + n_B d\mu_B = 0 \quad 2.1.45$$

$$-d\gamma = \sigma^\alpha dE_{X(-)} + \left( \Gamma_{K^+} - \frac{n_{KX}}{n_{H_2O}} \Gamma_{H_2O} \right) d\mu_{KX} + \left( \Gamma_B - \frac{n_B}{n_{H_2O}} \Gamma_{H_2O} \right) d\mu_B \quad 2.1.46$$

$$\Gamma_{K^+(H_2O)} = \Gamma_{K^+} - \frac{n_{KX}}{n_{H_2O}} \Gamma_{H_2O} \quad 2.1.47$$

$$-d\gamma = \sigma^M dE_{X(-)} + \Gamma_{K^+(H_2O)} d\mu_{KX} + \Gamma_{B(H_2O)} d\mu_B \quad 2.1.48$$

$$\sigma^M = -\left( \partial \gamma / \partial E \right)_{p, T, \mu_{KX}, \mu_B} \quad 2.1.49$$

## Az elektrokapilláris egyenlet

$$C = \left( \frac{\partial \sigma^M}{\partial E_{X(-)}} \right)_{T, p, \mu_{KX}, \mu_B} = - \left( \frac{\partial^2 \gamma}{\partial E_{X(-)}^2} \right)_{T, p, \mu_{KX}, \mu_B} \quad 2.1.50$$

$$\gamma = -0,5 CE^2 + K \quad 2.1.51$$

$$\gamma_{\sigma=0} - \gamma = 0,5 CE^2 \quad 2.1.52$$

$$\Gamma_{K^+(H_2O)} = - \left( \frac{\partial \gamma}{\partial \mu_{KX}} \right)_{p, T, E_{X(-)}, \mu_B} \quad 2.1.53$$

$$\Gamma_{K^+(H_2O)} = - \frac{1}{RT} \left( \frac{\partial \gamma}{\partial \ln \alpha_{KX}} \right)_{p, T, E_{X(-)}, \mu_M} \quad 2.1.54$$

$$\left( \frac{\partial E_{(\pm)}}{\partial \mu_i} \right)_{T, p, \sigma^M, \mu_{j \neq i}} = - \left( \frac{\partial \Gamma_{i(H_2O)}}{\partial \sigma^M} \right)_{T, p, \mu_i, \mu_j, \dots} \quad 2.1.55$$

## Az elektrokapilláris egyenlet

$$M^{z+} + ze^{-} \rightleftharpoons M \quad 2.1.56$$

$$\tilde{\mu}_{M^{z+}}^{\alpha} = \tilde{\mu}_{M^{z+}}^{\beta} = \tilde{\mu}_{M^{z+}} \quad 2.1.57$$

$$\left| M^{+}, X^{-}, H_2O(\beta) \right| M(\alpha) \quad 2.1.58$$

$$\begin{aligned} -d\gamma = & \Gamma_{M^{+}}^{\alpha} d\tilde{\mu}_{M^{+}}^{\alpha} + \Gamma_e^{\alpha} d\tilde{\mu}_e^{\alpha} + \Gamma_{M^{+}}^{\beta} d\tilde{\mu}_{M^{+}}^{\beta} + \\ & + \Gamma_{X^{-}}^{\beta} d\tilde{\mu}_{X^{-}}^{\beta} + \Gamma_{H_2O}^{\beta} d\mu_{H_2O}^{\beta} \end{aligned} \quad 2.1.59$$

$$-d\gamma = \left( \Gamma_e^{\alpha} - \Gamma_{M^{+}}^{\alpha} \right) d\tilde{\mu}_e^{\alpha} + \Gamma_{M^{+}}^{\beta} d\mu_{MX}^{\beta} + \left( \Gamma_{X^{-}}^{\beta} - \Gamma_{M^{+}}^{\beta} \right) d\tilde{\mu}_{X^{-}}^{\beta} \quad 2.1.60$$

$$-d\gamma = \left( \Gamma_e^{\alpha} - \Gamma_{M^{+}}^{\alpha} - \Gamma_{M^{+}}^{\beta} \right) d\tilde{\mu}_e^{\alpha} + \Gamma_{X^{-}}^{\beta} d\tilde{\mu}_{X^{-}}^{\beta} \quad 2.1.61$$

## Az elektrokapilláris egyenlet

Figyelembe véve az elektroneutralitás feltételét

$$\Gamma_{\text{e}}^{\alpha} - \Gamma_{\text{M}^{+}}^{\alpha} = \Gamma_{\text{M}^{+}}^{\beta} - \Gamma_{\text{X}^{-}}^{\beta} \quad 2.1.62$$

$$\mathrm{d}(\tilde{\mu}_{\text{e}}^{\varepsilon} - \tilde{\mu}_{\text{e}}^{\varepsilon'}) = -F \mathrm{d}E_{\text{X}(-)}$$

$$-\mathrm{d}\gamma = \Gamma_{\text{M}^{+}}^{\beta} \mathrm{d}\mu_{\text{MX}}^{\beta} + (\Gamma_{\text{X}^{-}}^{\beta} - \Gamma_{\text{M}^{+}}^{\beta}) F \mathrm{d}E_{\text{X}(-)} \quad 2.1.63$$

$$-\mathrm{d}\gamma = \Gamma_{\text{X}^{-}}^{\beta} F \mathrm{d}E_{\text{X}(-)} \quad 2.1.64$$

$$\left( \frac{\partial \gamma}{\partial E} \right)_{\mu_{\text{MX}}} = F (\Gamma_{\text{X}^{-}}^{\beta} - \Gamma_{\text{M}^{+}}^{\beta}) = Q_1 \quad 2.1.65$$

$$\left( \frac{\partial \gamma}{\partial E} \right)_{\mu_{\text{M}}} = F \Gamma_{\text{X}^{-}}^{\beta} = Q_2 \quad 2.1.66$$

## Az elektrokapilláris egyenlet



$$\tilde{\mu}_{\text{M}^{2+}}^{\beta} + \tilde{\mu}_{\text{e}}^{\beta} = \tilde{\mu}_{\text{M}^{+}}^{\beta} \quad 2.1.68$$

$$\tilde{\mu}_{\text{e}}^{\alpha} = \tilde{\mu}_{\text{e}}^{\beta} \quad 2.1.69$$

$$\begin{aligned} -\text{d}\gamma = & \Gamma_{\text{p}^{+}}^{\alpha} \text{d}\tilde{\mu}_{\text{p}^{+}}^{\alpha} + \Gamma_{\text{e}}^{\alpha} \text{d}\tilde{\mu}_{\text{e}}^{\alpha} + \Gamma_{\text{M}^{+}}^{\beta} \text{d}\tilde{\mu}_{\text{M}^{+}}^{\beta} + \\ & + \Gamma_{\text{M}^{2+}}^{\beta} \text{d}\tilde{\mu}_{\text{M}^{2+}}^{\beta} + \Gamma_{\text{X}^{-}}^{\beta} \text{d}\mu_{\text{X}^{-}}^{\beta} + \Gamma_{\text{H}_2\text{O}} \text{d}\mu_{\text{H}_2\text{O}} \end{aligned} \quad 2.1.70$$

Ebből az egyenletből (2.1.68), (2.1.69), valamint

$$\text{d}\tilde{\mu}_{\text{MX}}^{\beta} = \text{d}\tilde{\mu}_{\text{M}^{+}}^{\beta} + \text{d}\tilde{\mu}_{\text{X}^{-}}^{\beta} \quad 2.1.71$$

$$\text{d}\tilde{\mu}_{\text{MX}_2}^{\beta} = \text{d}\tilde{\mu}_{\text{M}^{2+}}^{\beta} + 2 \text{d}\tilde{\mu}_{\text{X}^{-}}^{\beta} \quad 2.1.72$$



## Az elektrokapilláris egyenlet

összefüggéseket figyelembe véve

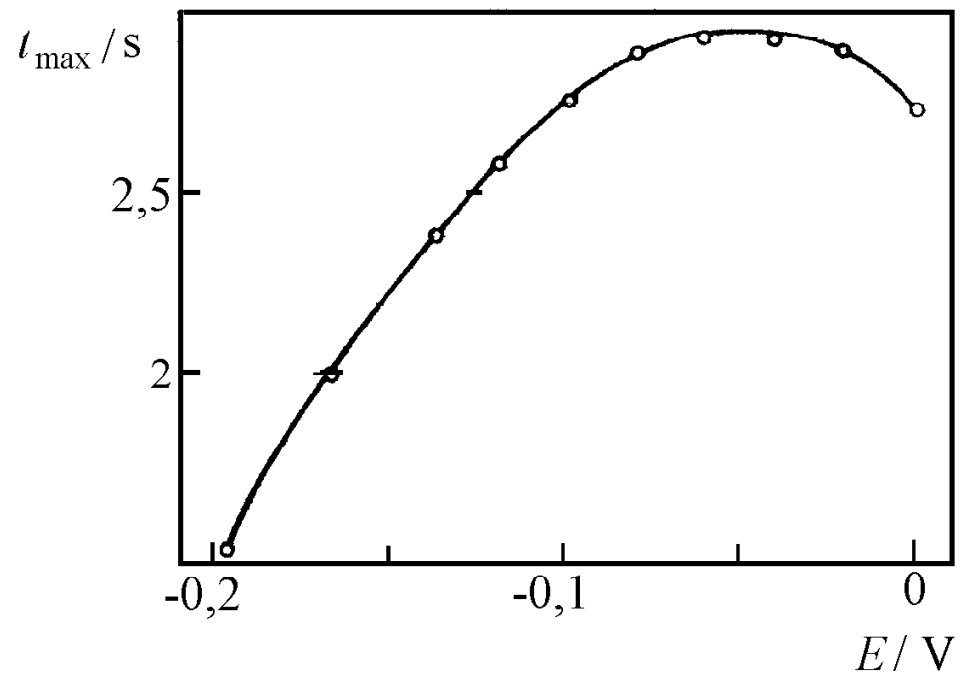
$$-d\gamma = \left( \Gamma_e^\alpha - \Gamma_{p^+}^\alpha + \Gamma_{M^+}^\beta \right) F dE_{X(-)} + 1/2 \left( \Gamma_{M^+}^\beta + \Gamma_{M^{2+}}^\beta \right) d\tilde{\mu}_{MX_2}$$

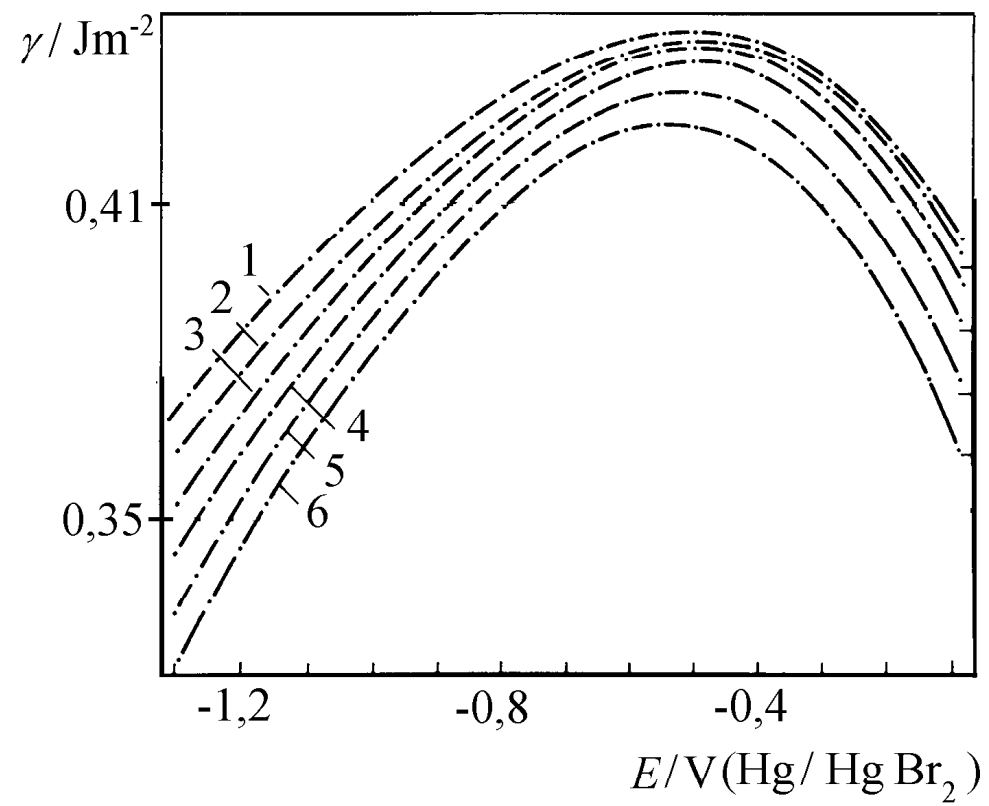
2.1.73

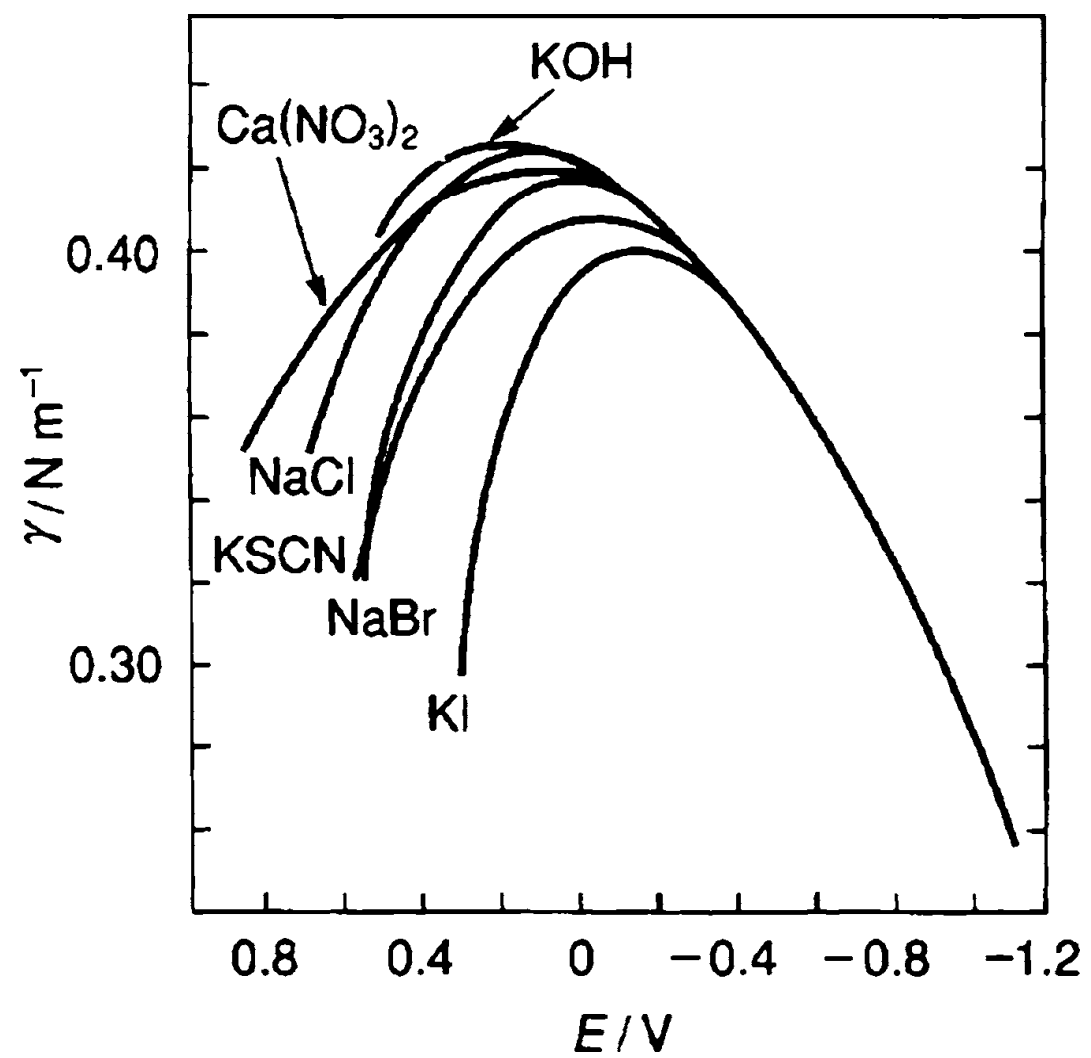
$$-d\gamma = \left( \Gamma_e^\alpha - \Gamma_{p^+}^\alpha + \Gamma_{M^{2+}}^\beta \right) F dE_{X(-)} + \left( \Gamma_{M^+}^\beta + \Gamma_{M^{2+}}^\beta \right) d\tilde{\mu}_{MX}$$

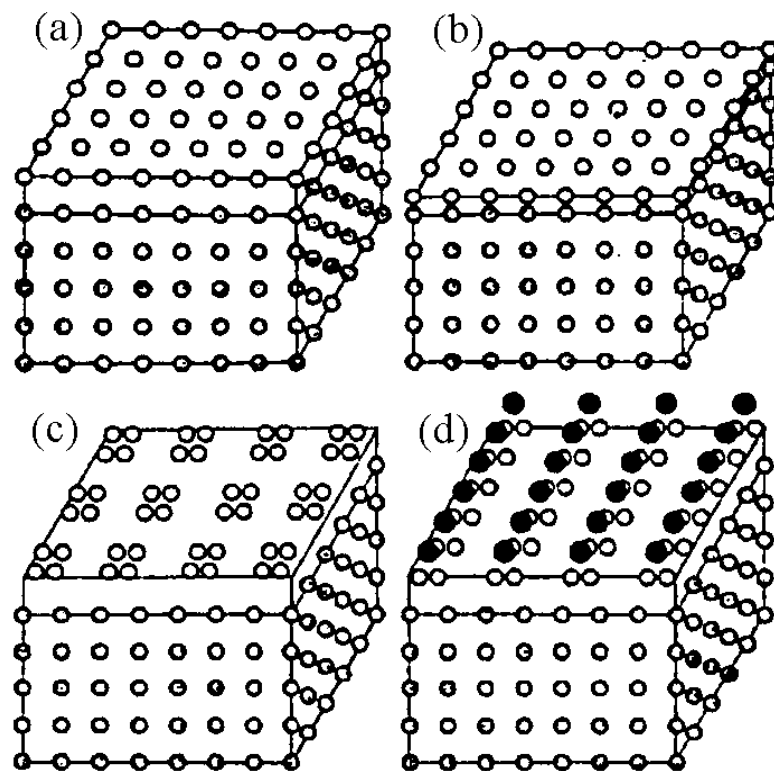
2.1.74

Tehát valóban ebben az esetben is az a helyzet, hogy az elektrokapilláris görbe meredeksége eltér a klasszikus Lippmann – egyenletétől  $\left( (\partial\gamma/\partial E) = -\sigma^M \right)$  és függ attól, hogy melyik összetevő koncentrációját tartjuk állandó értéken. Ha akár az oxidált, akár a redukált alak koncentrációját változtatjuk,  $E_{X(-)}$  a Nernst-egyenletnek megfelelően változik, és minden egyes oldatösszetételhez egy  $E_{X(-)}$  és egy  $\gamma$ -érték tartozik.



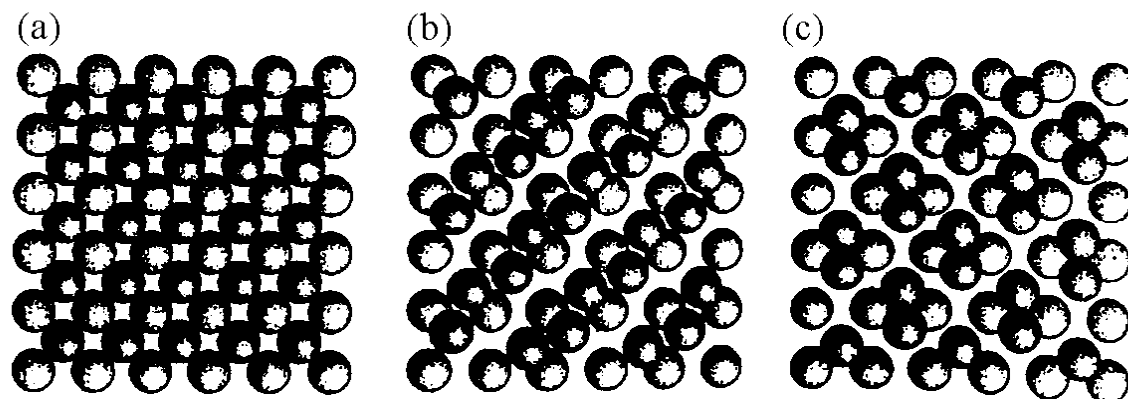






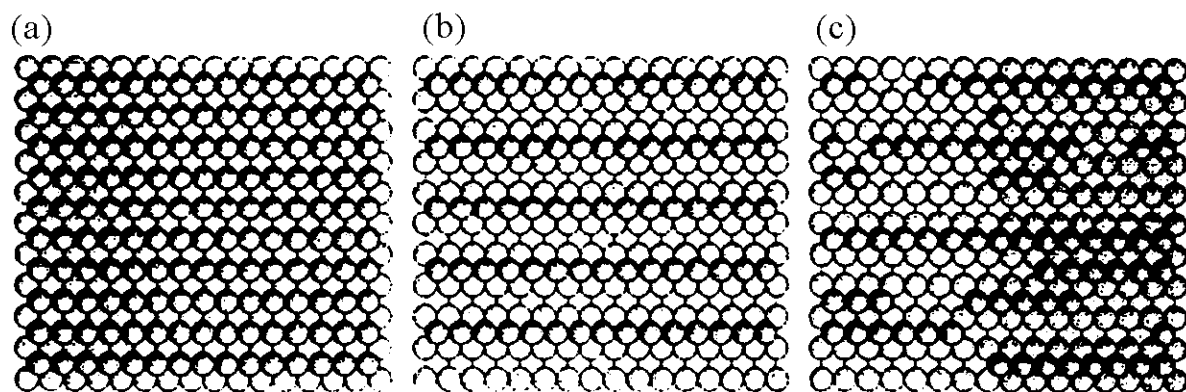
Felületi átrendeződések

a) ideális, b) kontrakció, c) valódi, d) adszorbátum indukálta



Volfrám (100) felület képe

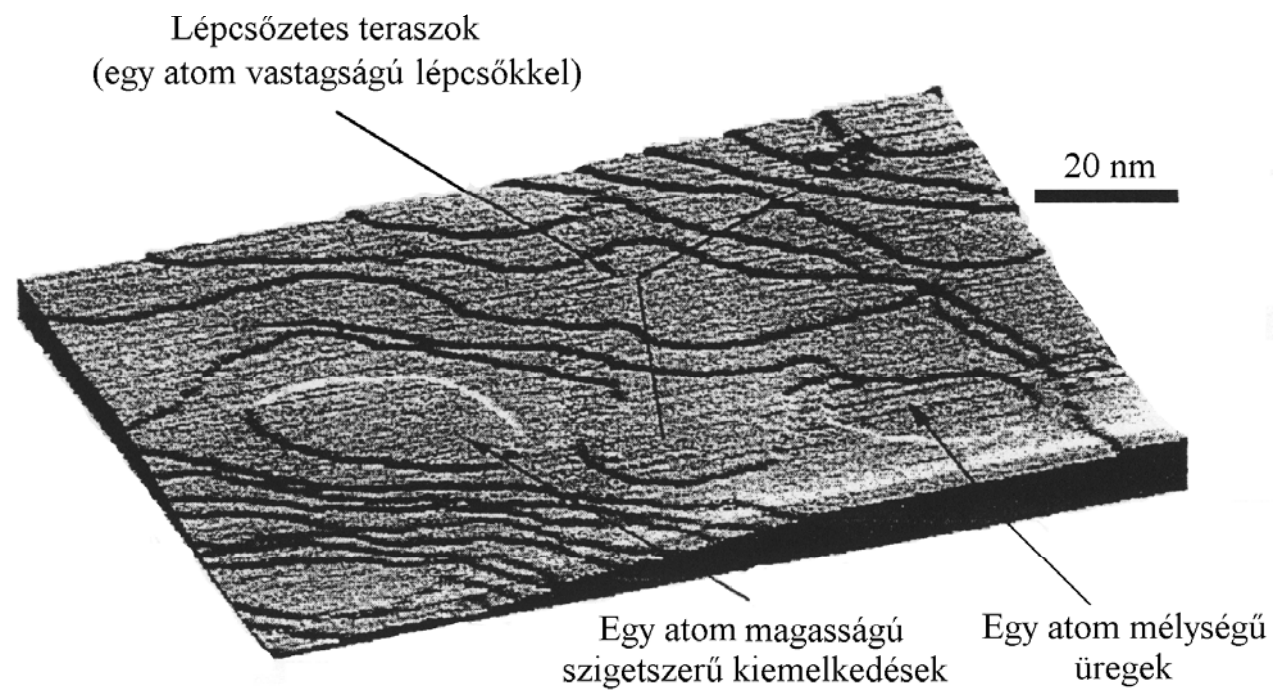
a) ideális, b) cikkcakkos, c) hidrogénadszorpció által indukált dimer szerkezet



Au (110) felület képe

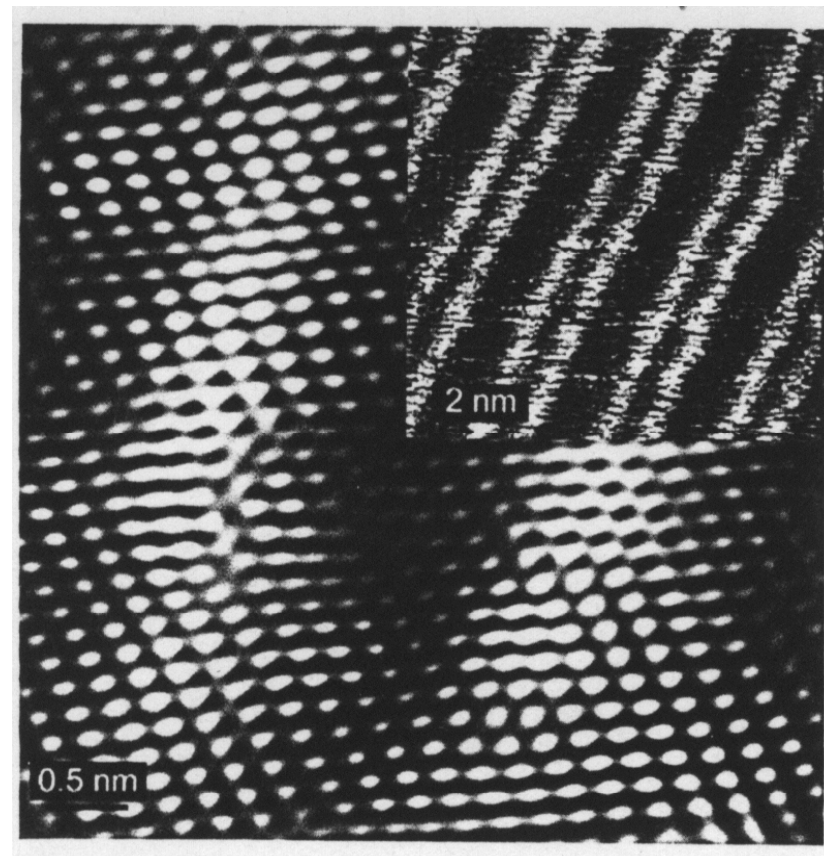
a) ideális, b) sorhiányos, c) rendezetlen

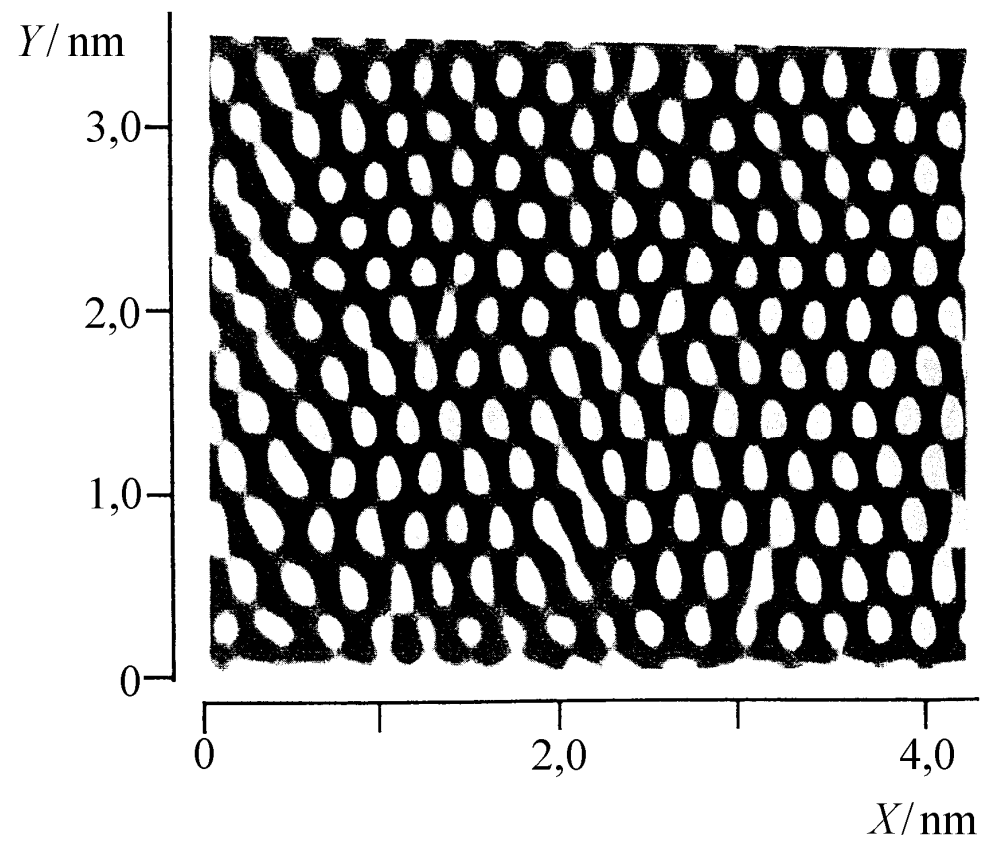
A felületi atomok sötétebbek



STM kép Ag egykristály elektródról

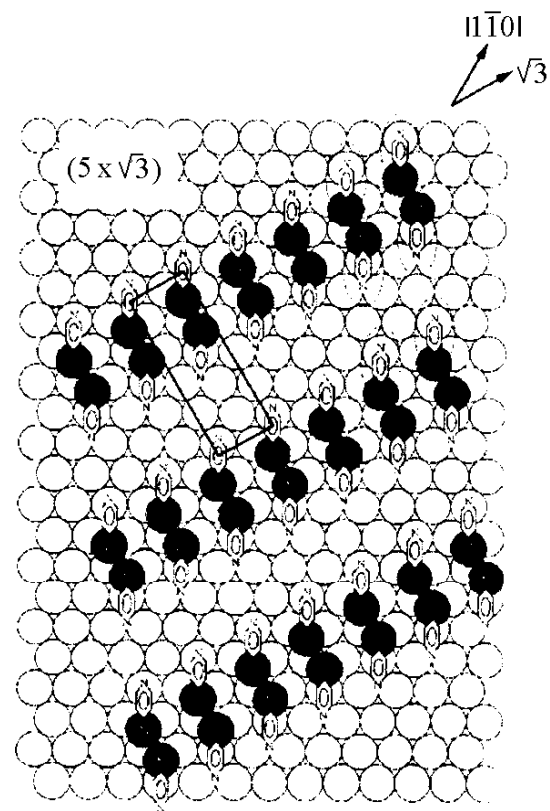


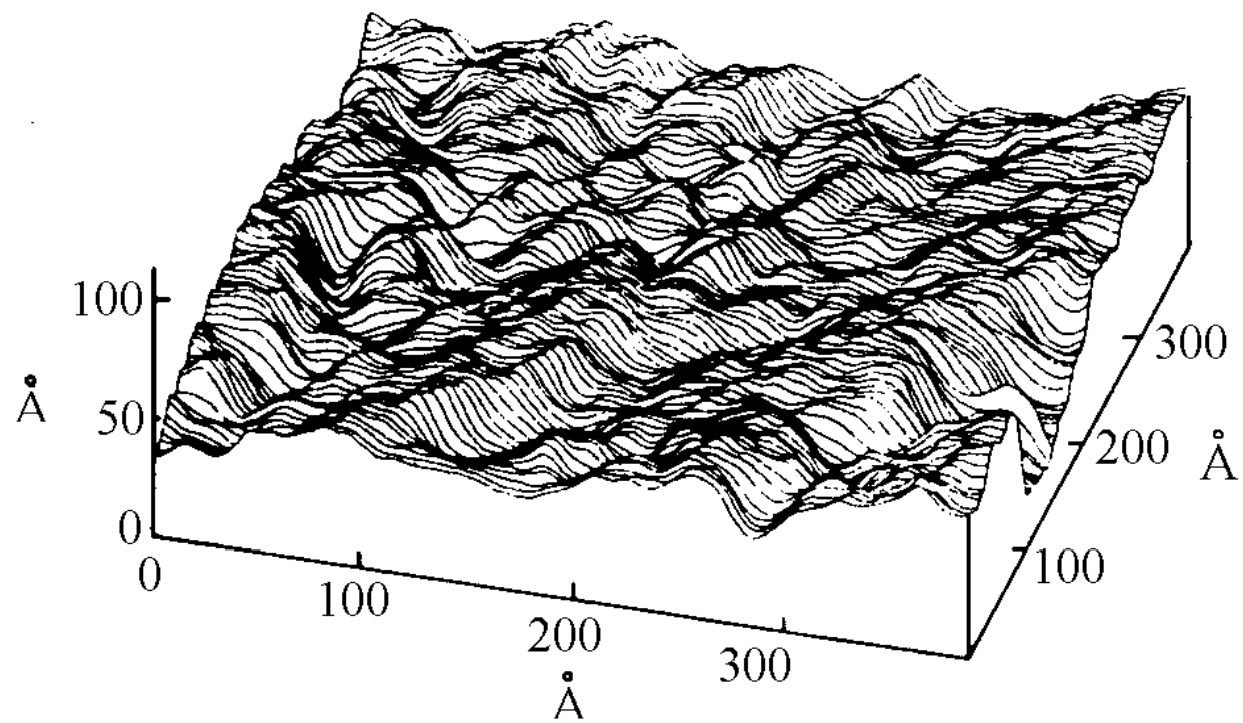




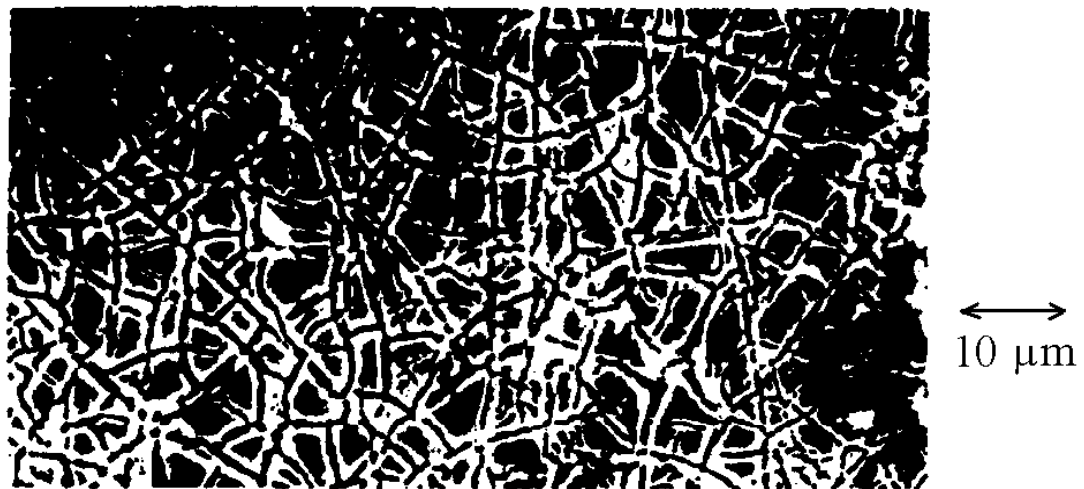
STM kép Au (111) elektródra leváló Ag atomokról

STM kép Au (111) elektród a felületén bisz (4-piridil)-diszulfid molekulák

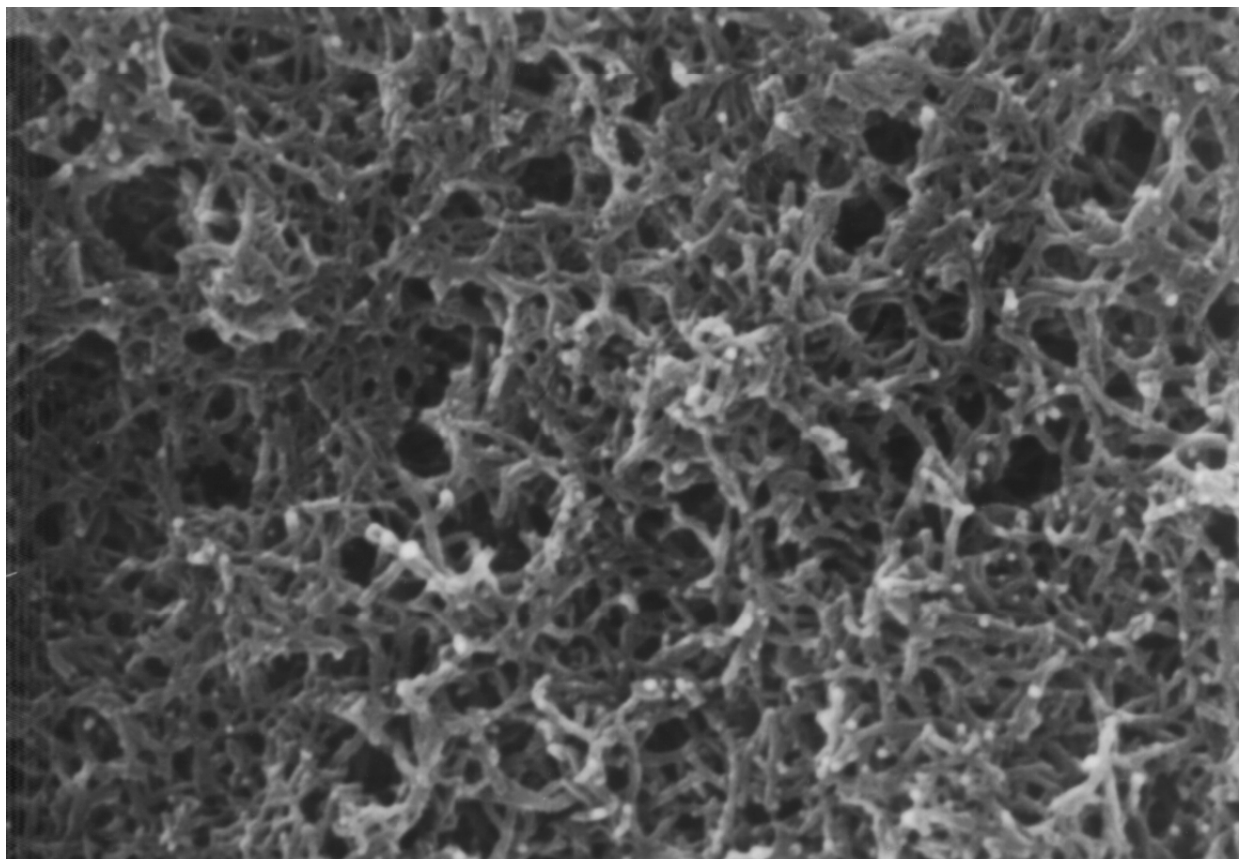




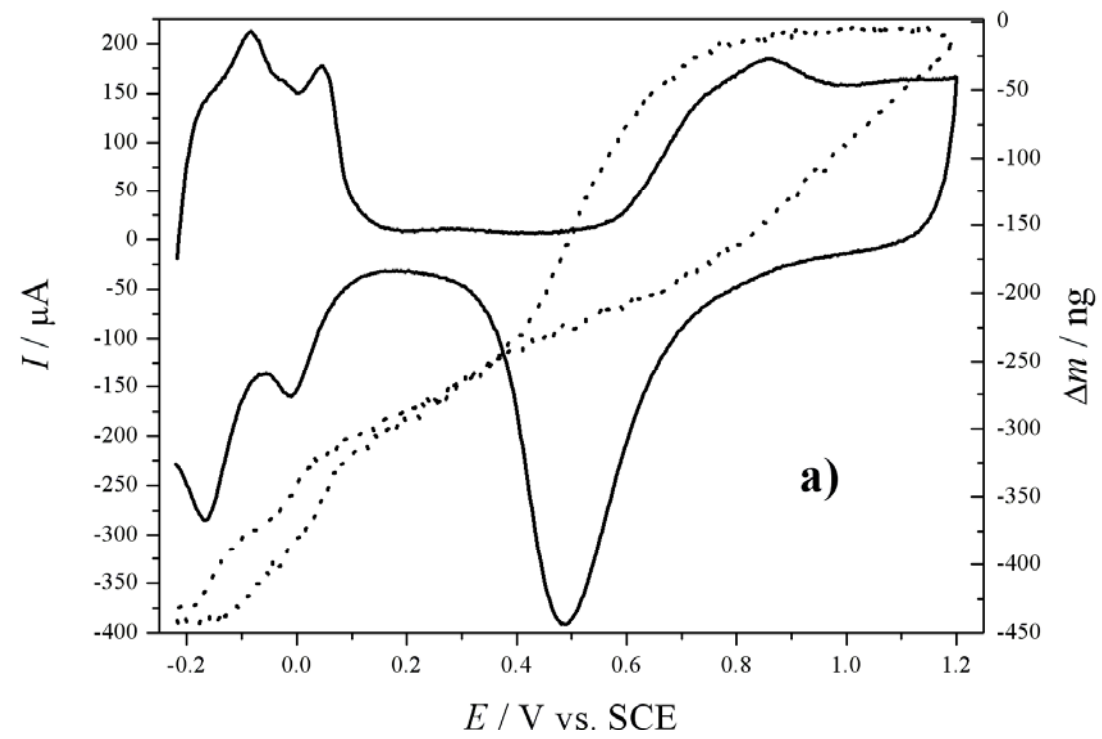
Platinaelektrod pásztazó alagútmikroszkópos képe

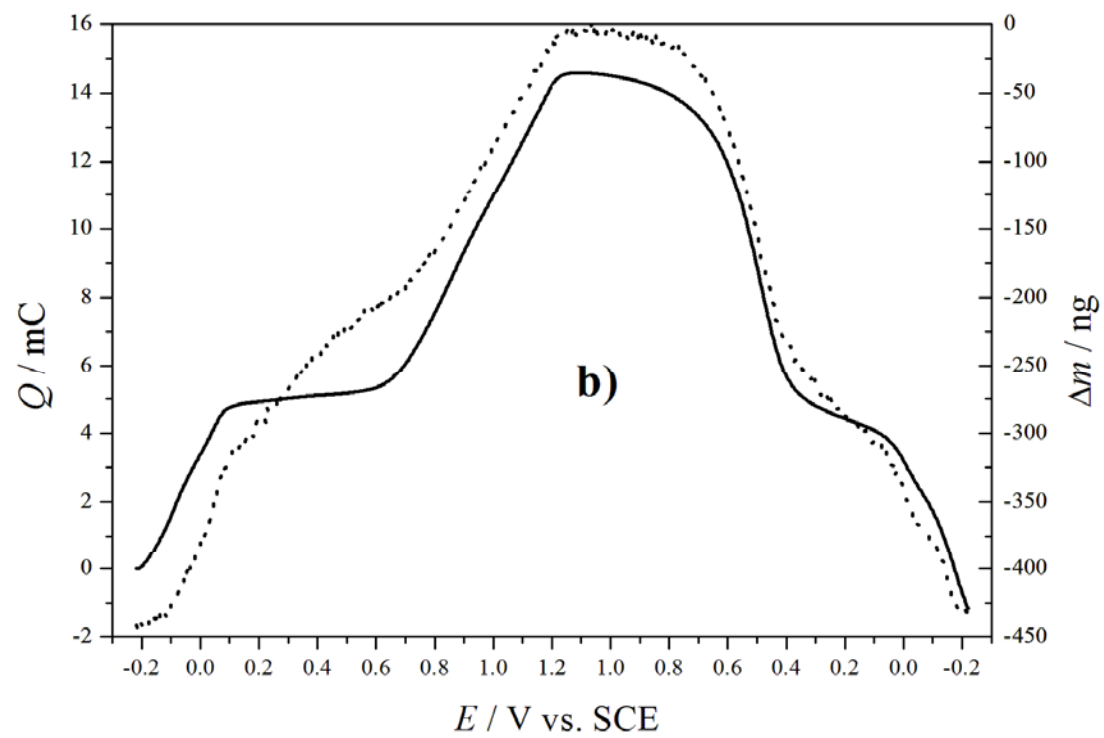


RuO<sub>2</sub> alapú mérettartó (DSA) elektród pásztázó elektronmikroszkópos felvétele

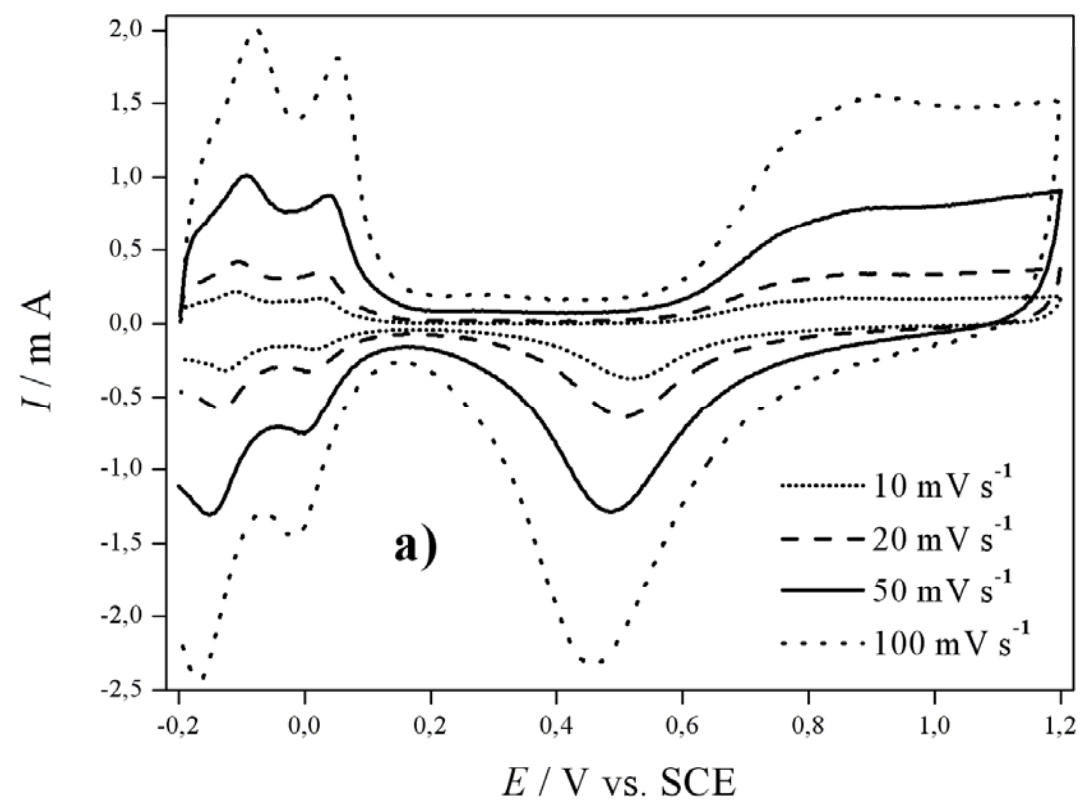


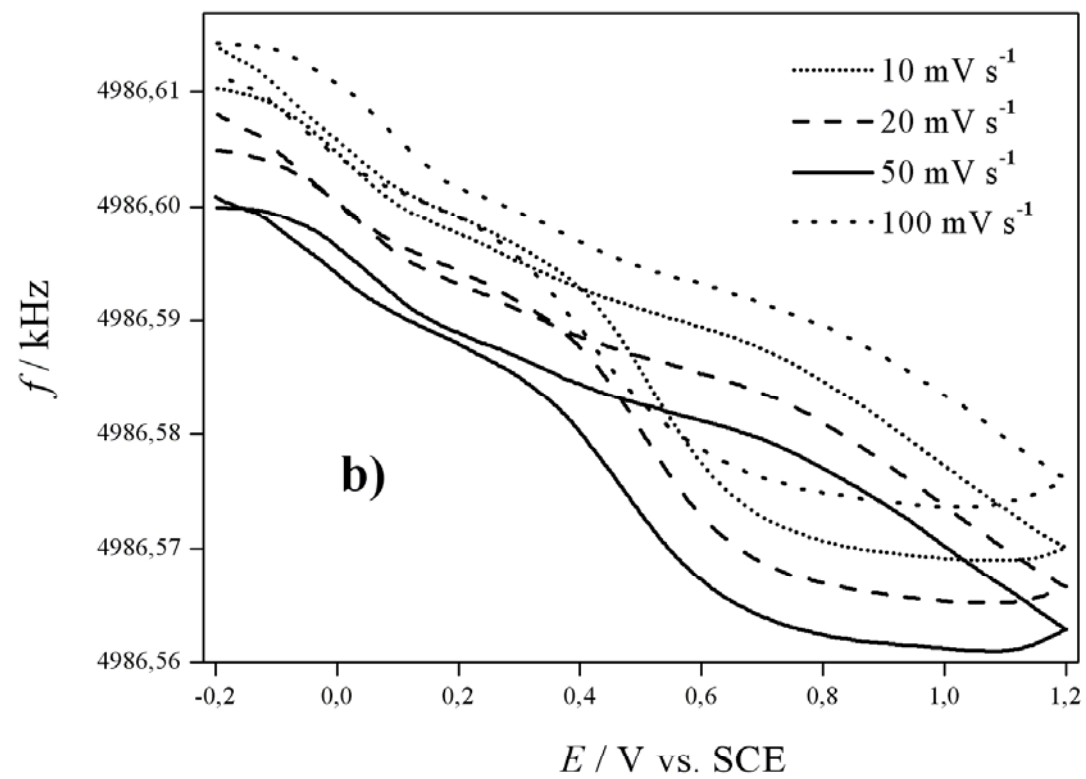
Polianilin pásztázó elektronmikroszkópos felvétele

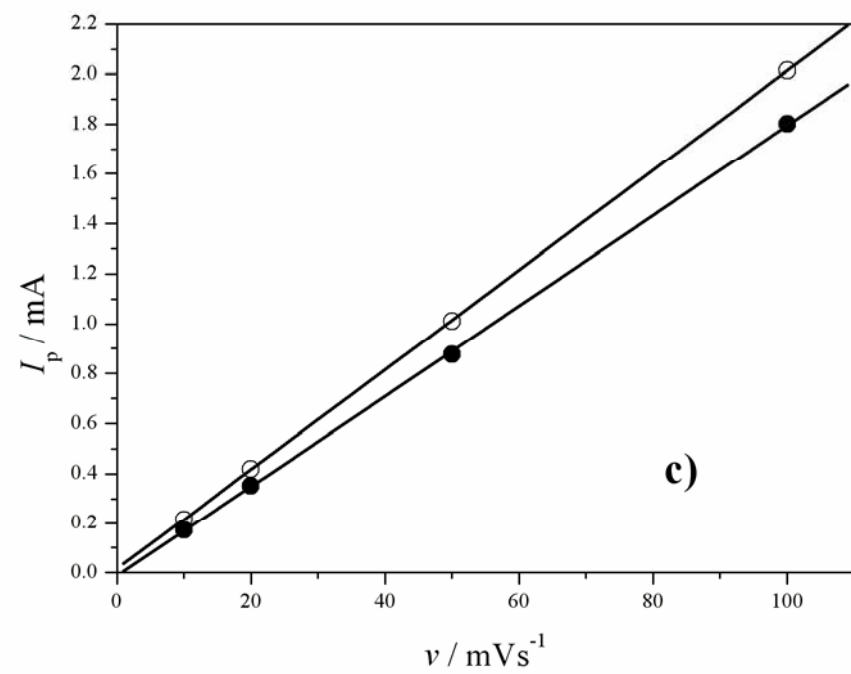


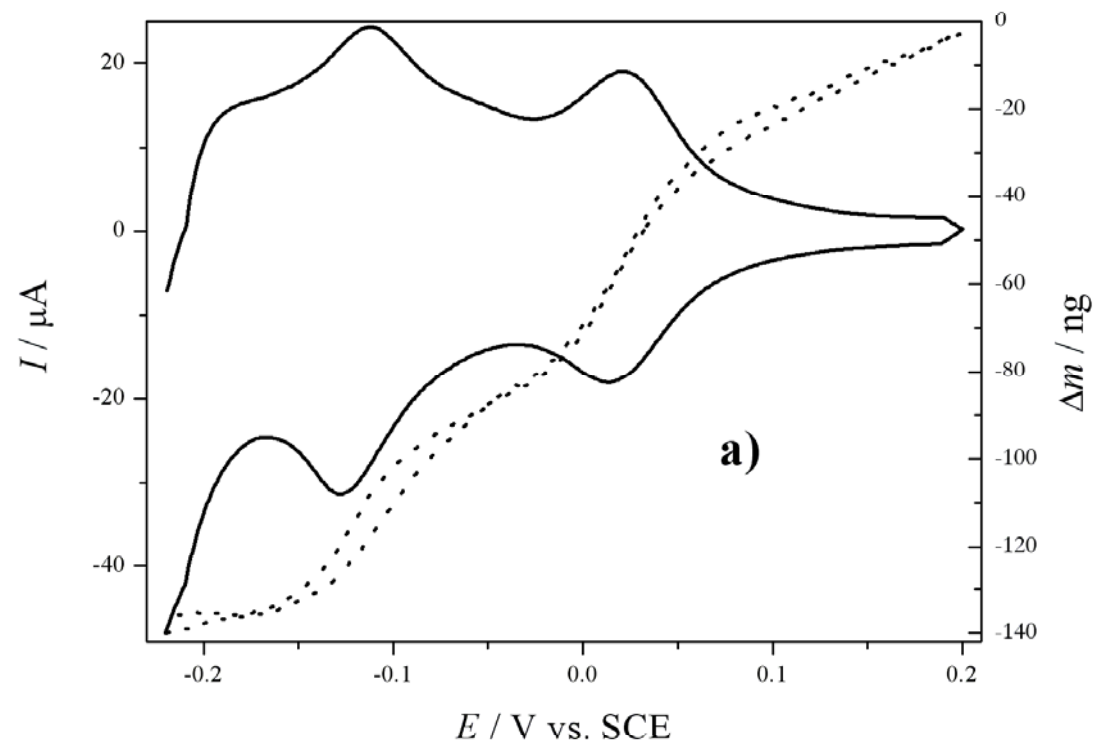


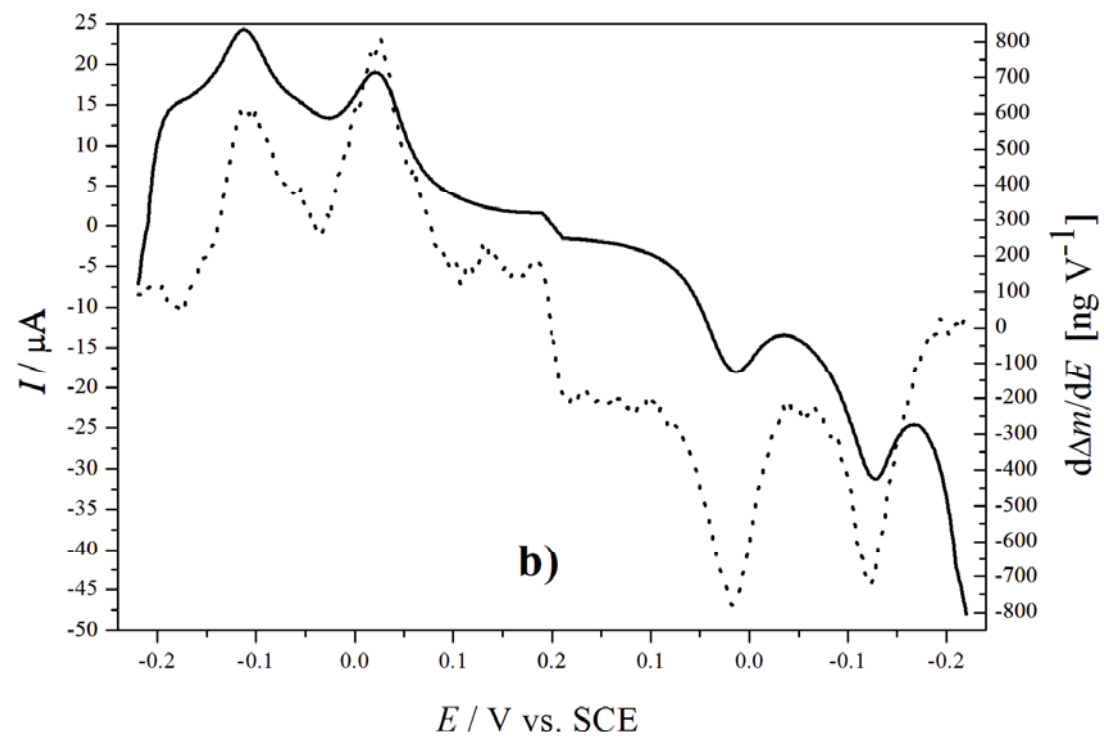


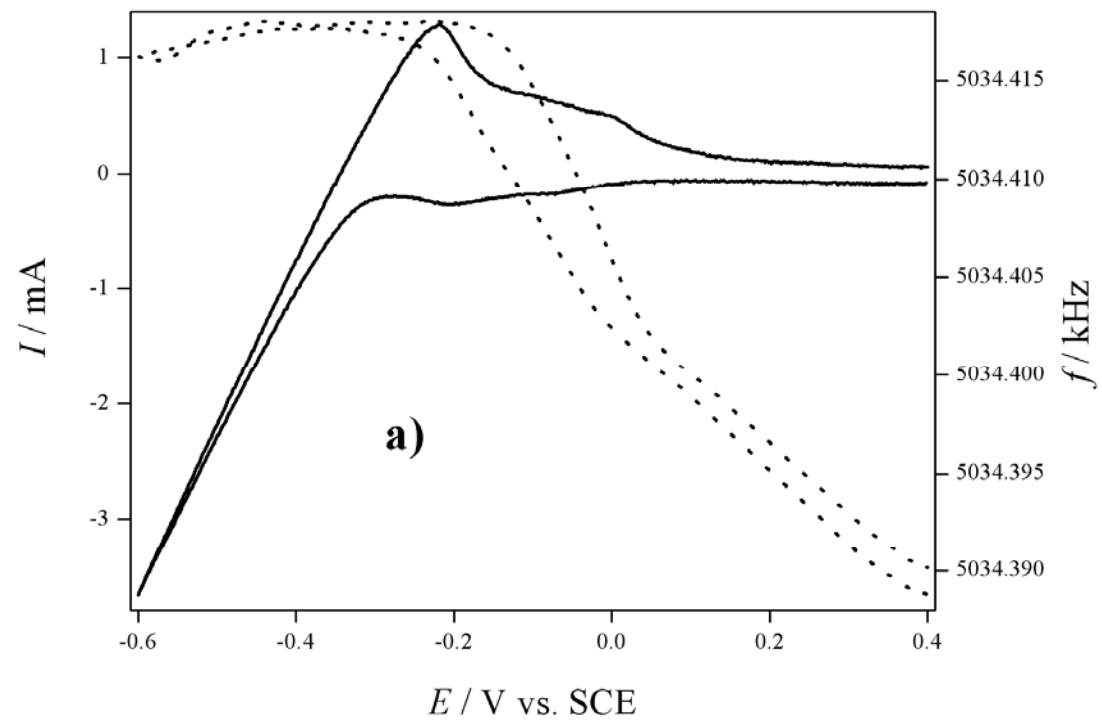


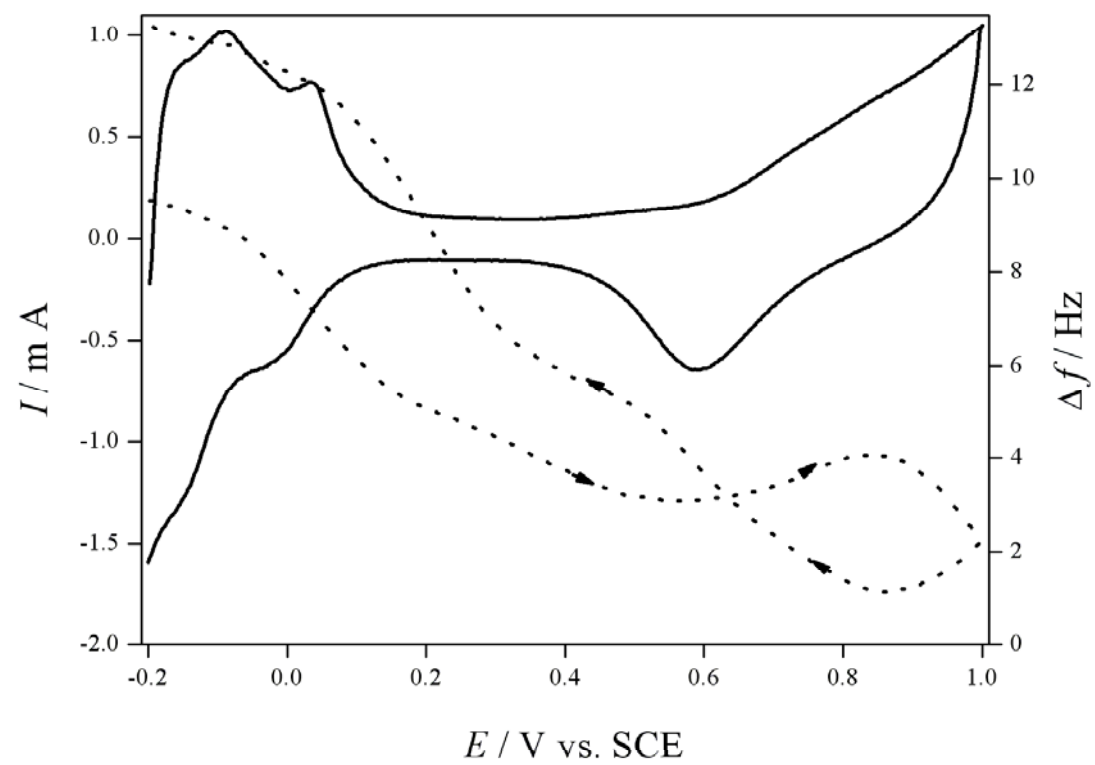


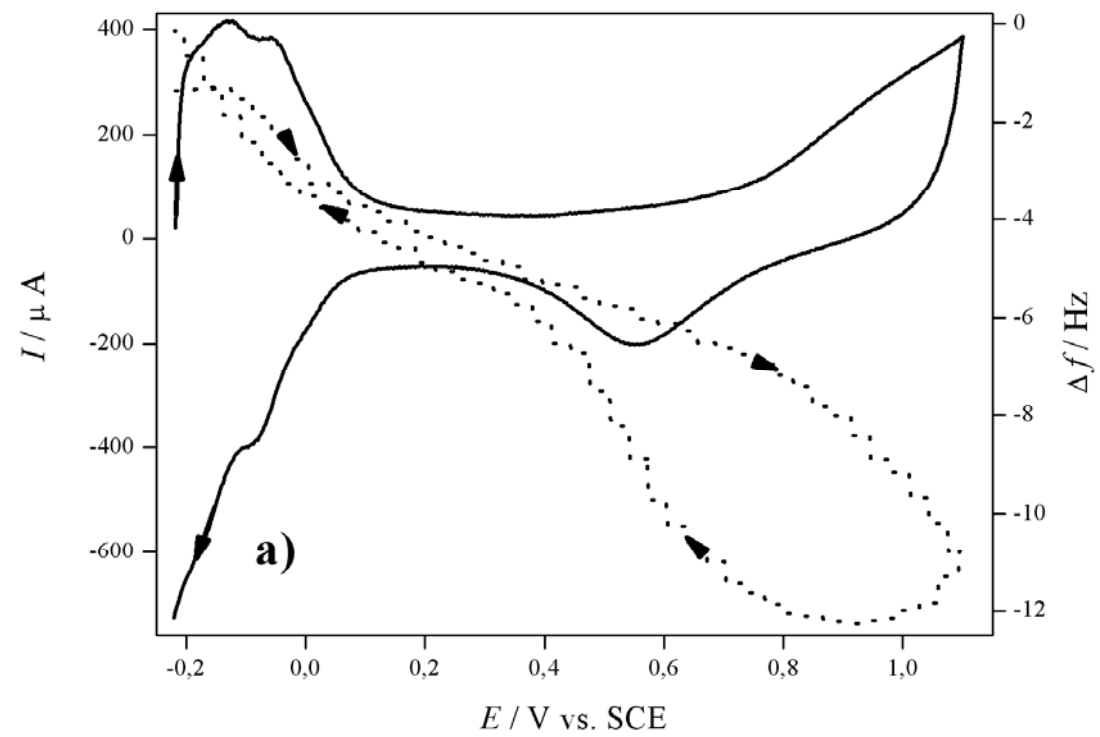




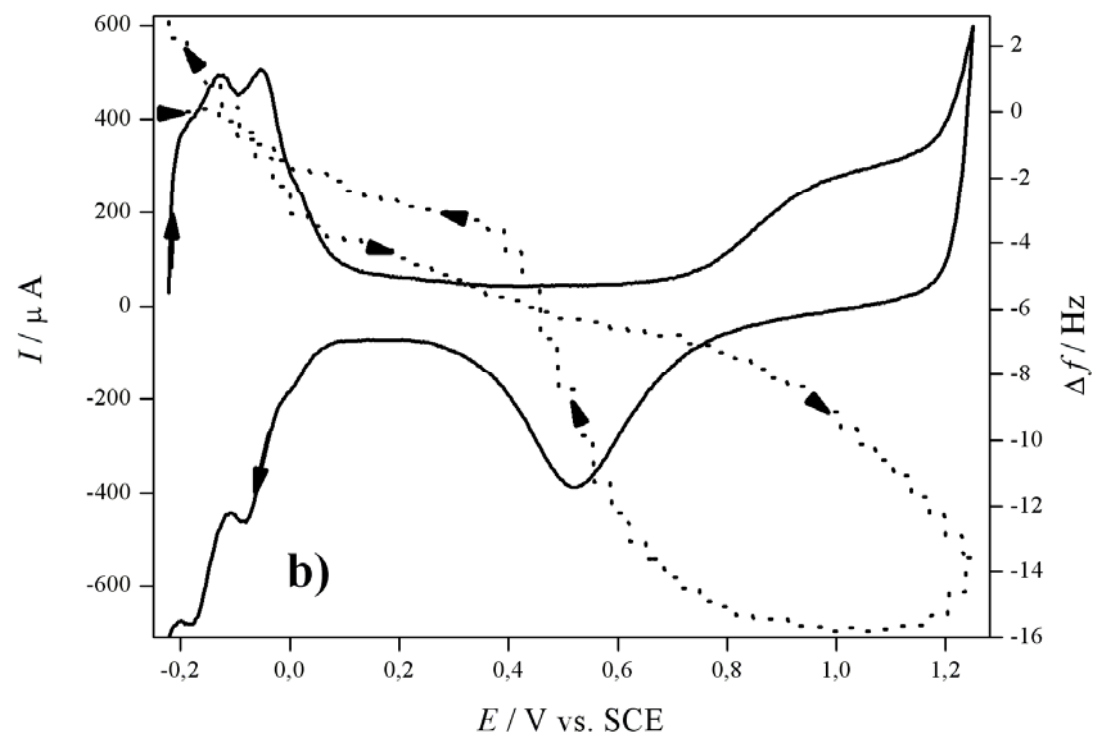


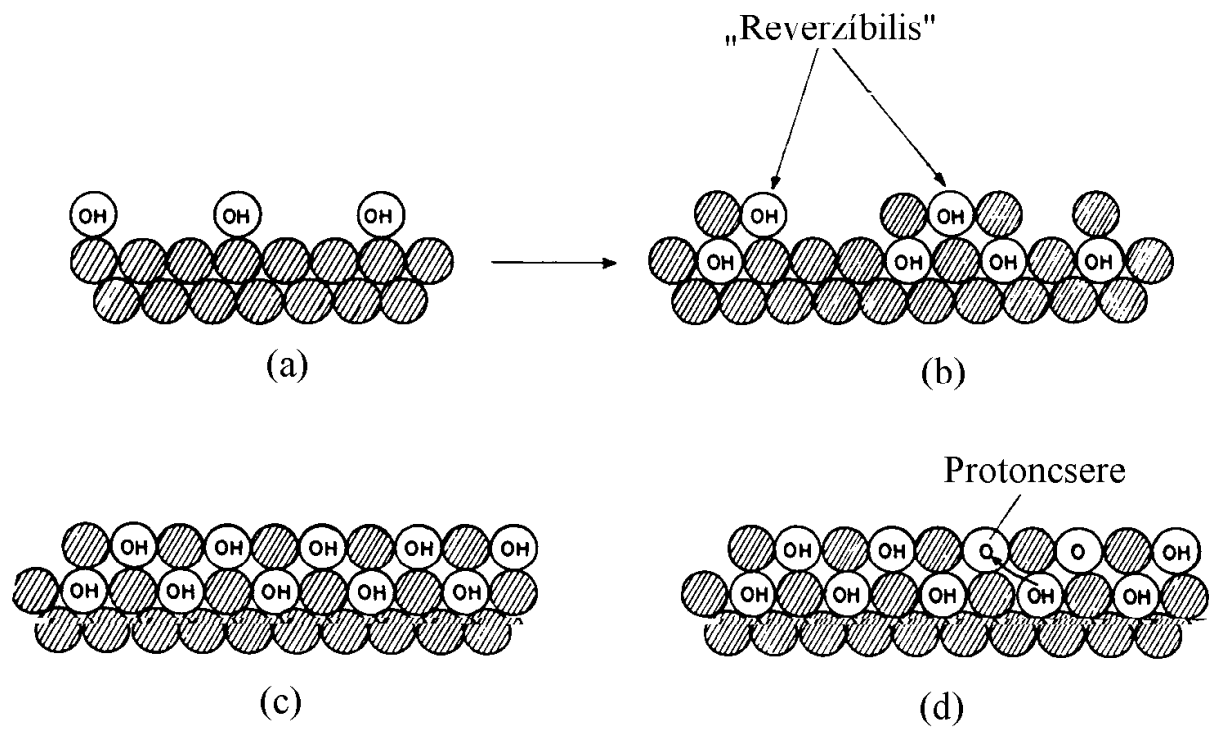


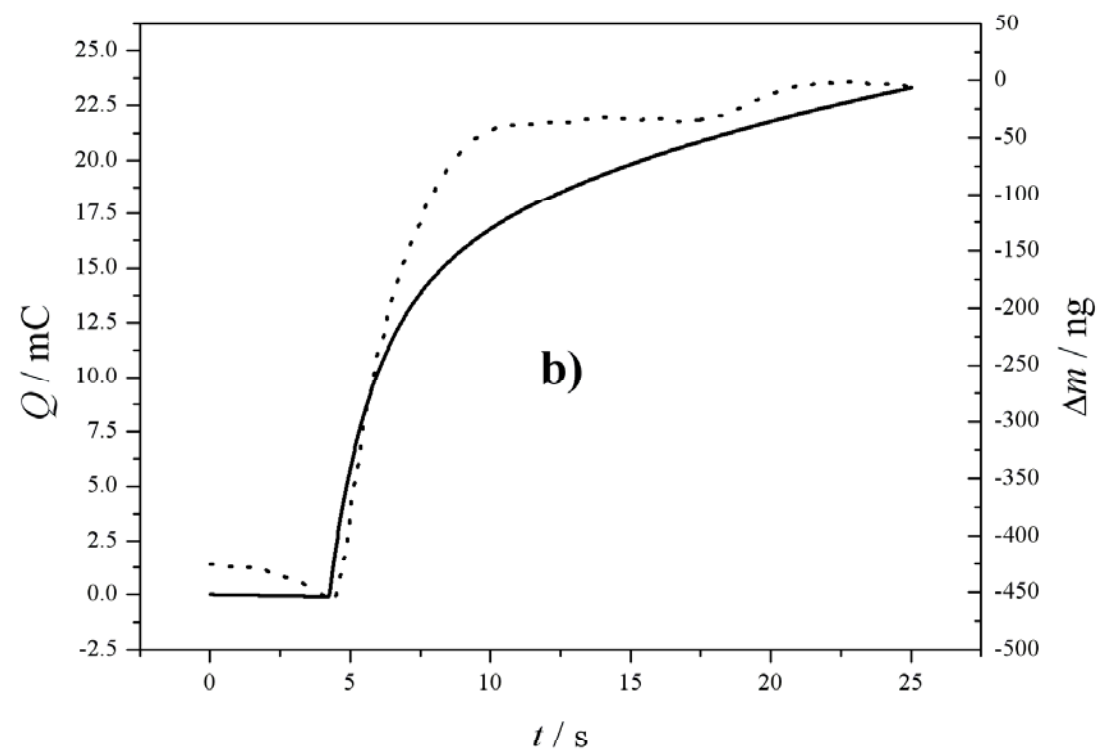


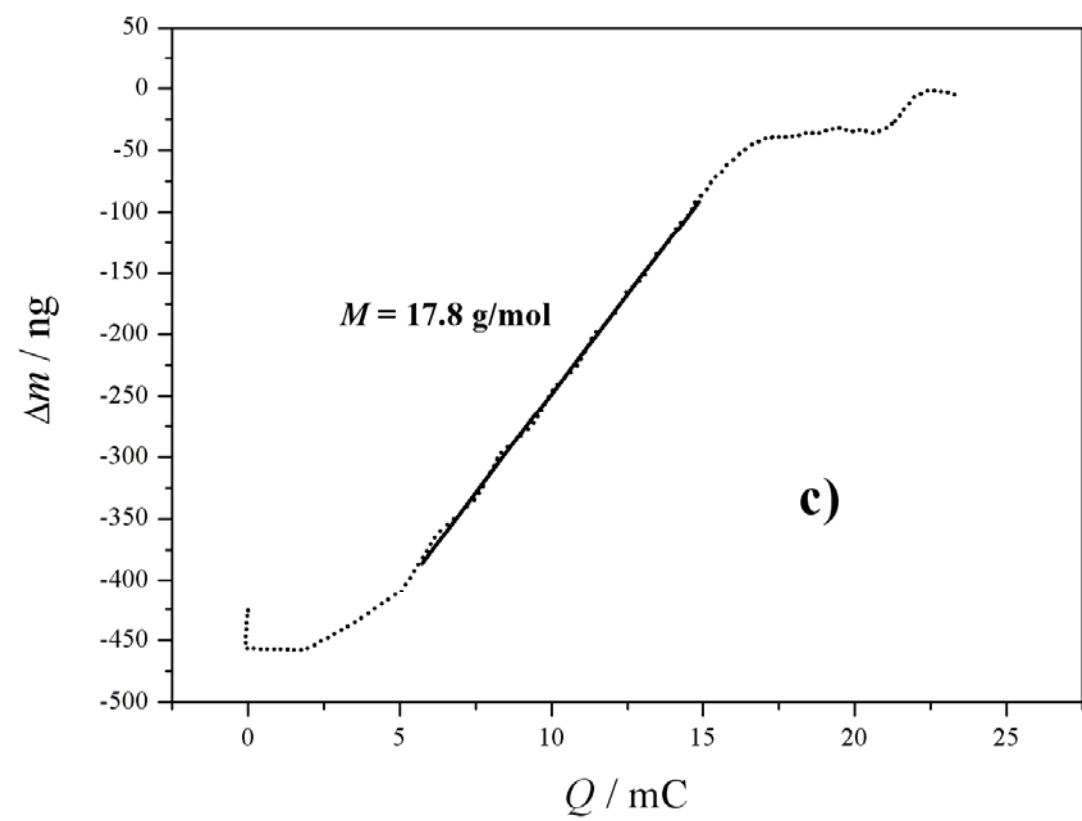


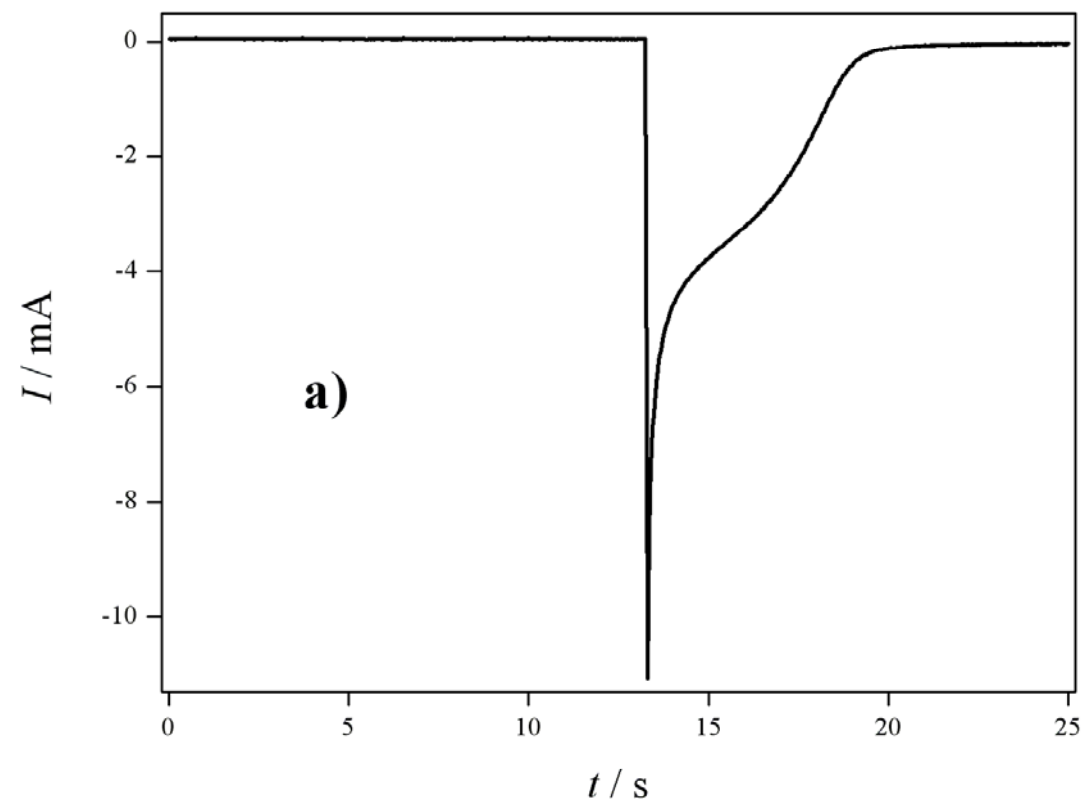


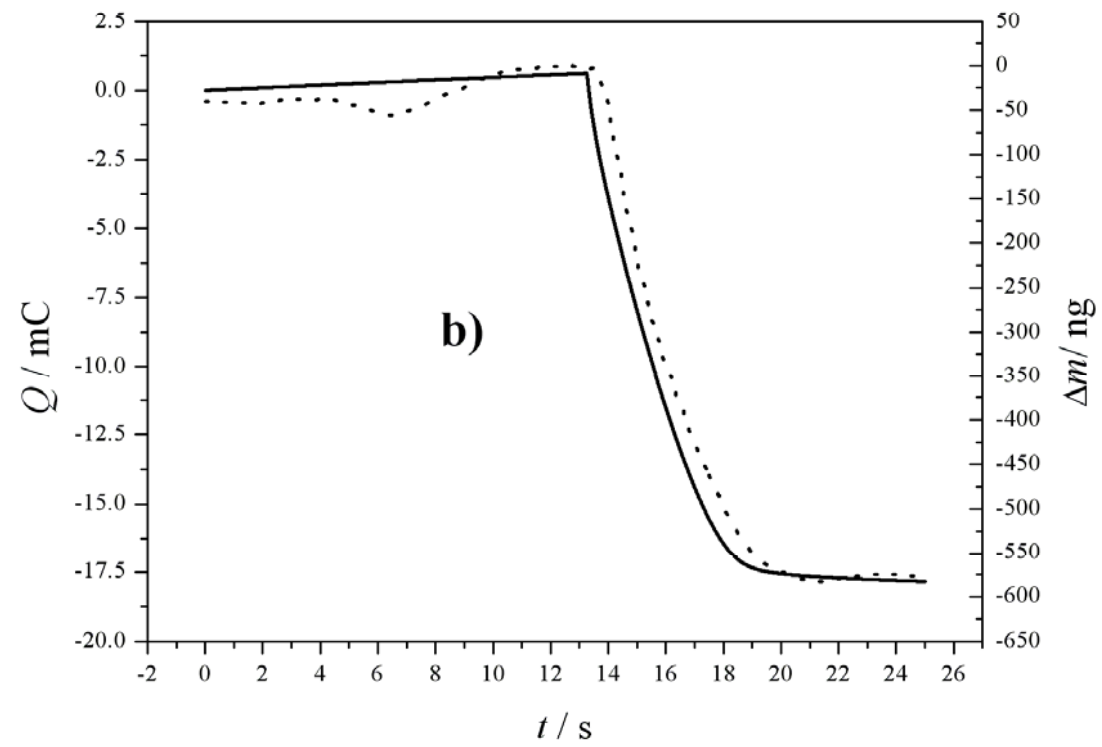


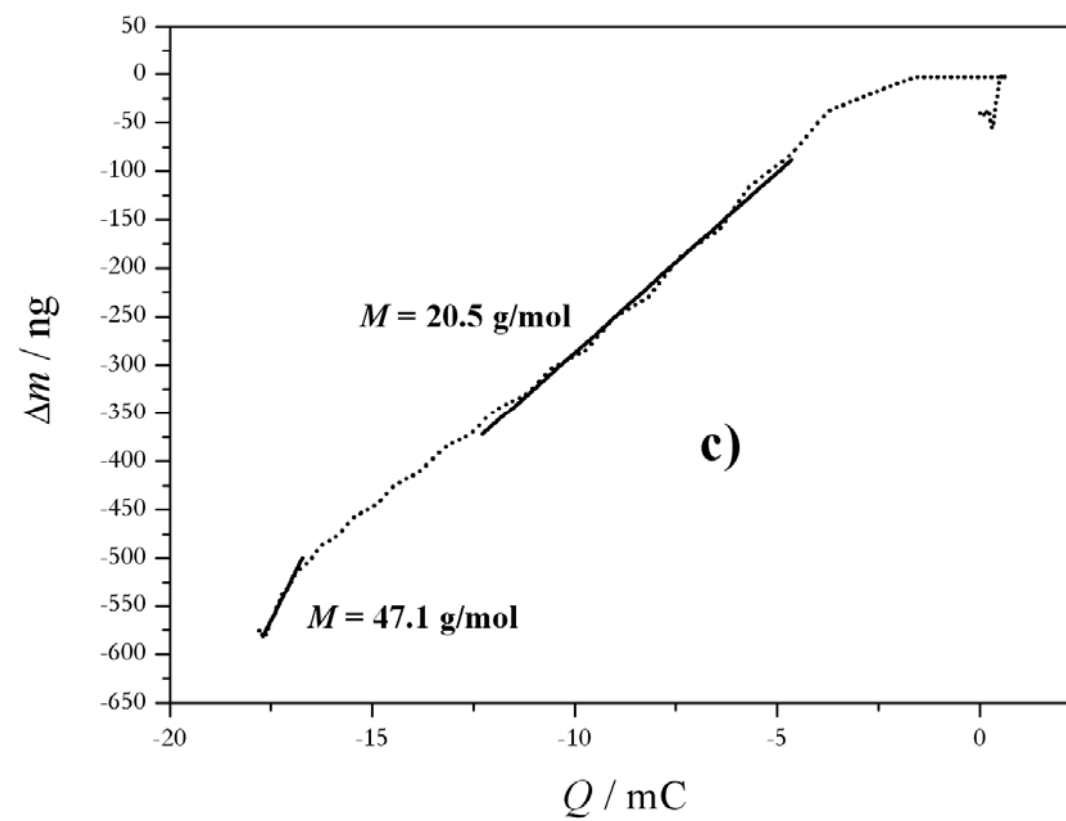


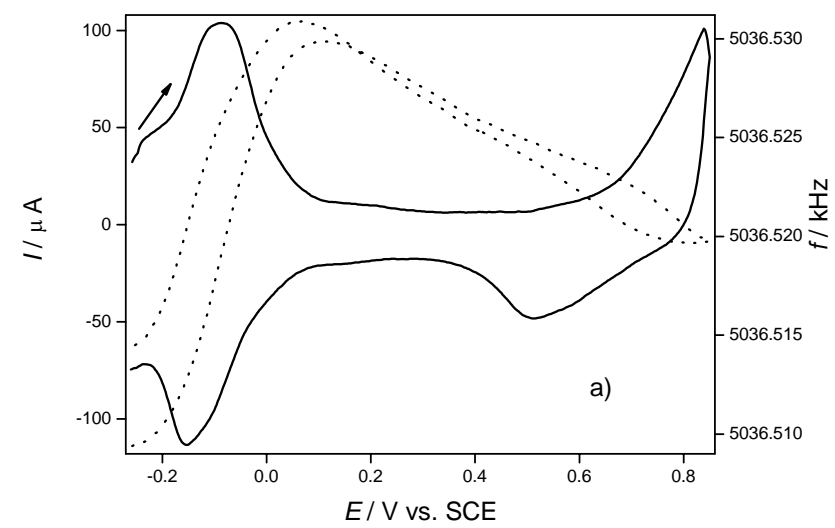




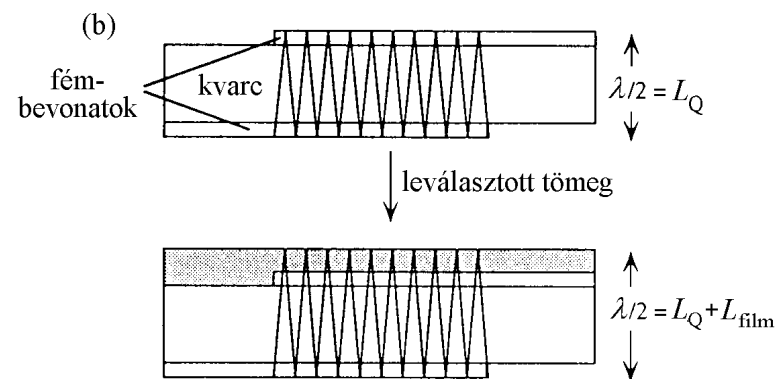
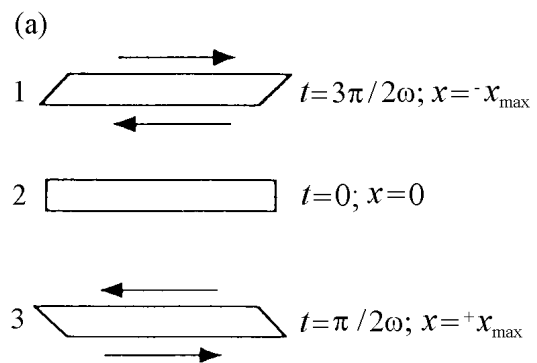




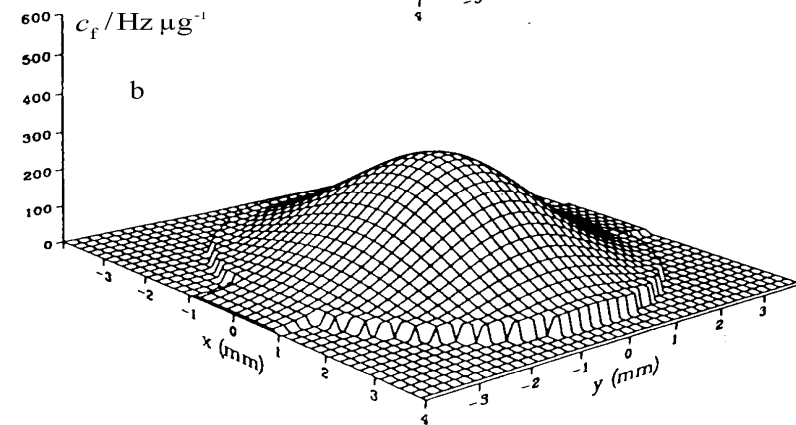
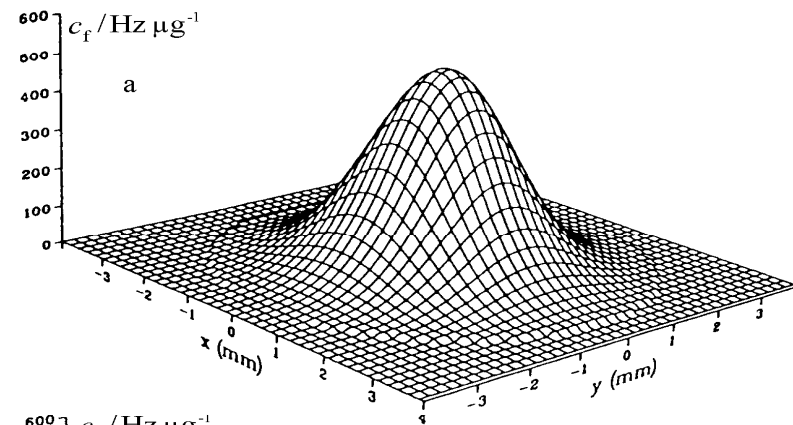


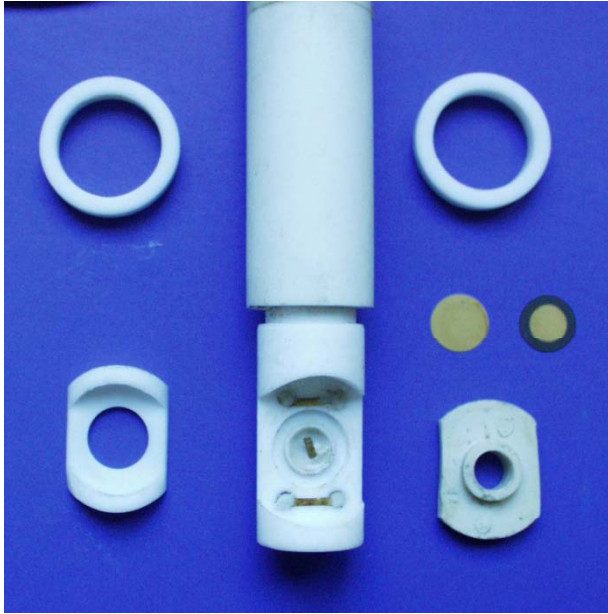






$$C_f = 2\pi \int_0^r c_f(r) r dr$$





# A folyadékba-merítés hatása

$$\Delta f = - f_0^{3/2} \left( \frac{\rho_F \eta_F}{\pi \rho_k \mu_k} \right)^{1/2}$$

$\rho_F$  – a folyadék sűrűsége  
 $\eta_F$  – a folyadék viszkozitása

## Elektrokémiai összefüggések

$$\Delta m = \frac{Q}{nF} M$$

$$\Gamma = \frac{Q}{nF A} \quad (\text{mol cm}^{-2})$$

$$\frac{\Delta m}{A} = \frac{QM}{nF A}$$

$$\frac{\Delta f}{C_f} = \frac{QM}{nF A}$$

$$M = \frac{\Delta f nF A}{C_f Q}$$

$Q$  – áthaladt töltés

$n$  – a cellareakció  
töltésszám-  
változása

$M$  – relatív molekulatömeg

$\Gamma$  – felületi  
többletmennyiség

$$A_r = f_r A_{\text{geom}}$$

$f_r$  – érdességi tényező

# A frekvencia- és a tömegváltozás közti kapcsolat

$$\Delta f = - C_f \frac{\Delta m}{A}$$

$$C_f = 5,66 \times 10^7 \text{ Hz cm}^2\text{g}^{-1} \text{ (5 MHz)}$$

$$C_f = 22,64 \times 10^7 \text{ Hz cm}^2\text{g}^{-1} \text{ (10 MHz)}$$

$$C_f = \frac{2f_0^2}{\sqrt{\mu_k \rho_k}}$$

$$f_0 = \frac{v_{tr}}{2L_k}$$

$$\text{5 MHz-es kristály: } 18 \text{ ngcm}^{-2} = 1 \text{ Hz}$$

$$\text{10 MHz-es kristály: } 4,5 \text{ mgcm}^{-2} = 1 \text{ Hz}$$

$\Delta f$  – a frekvenciaváltozás

$C_f$  – integrális érzékenység

$\Delta m$  – tömegváltozás

$A$  – felület

$f_0$  – az alaprezgés frekvenciája

$\mu_k$  – a kvarc nyírási

rugalmassági modulusa

$\rho_k$  – a kvarc sűrűsége

$v_{tr}$  – a transzverzális

hangsebesség a kvarc-kristályban

$L_k$  – a kristálylapka vastagsága

Az általunk használt 10 MHz-es  $A = 0,4 \text{ cm}^2$  felületű kristály esetén  $1 \text{ Hz} = 1,76 \text{ ng}$ .